Équation d'onde classique 

(Solution sous forme d’ondes stationnaire)

Hossein Rahimzadehwww.cafeplanck.com  
info@cafeplanck.com

# Initiation

Corde tendue de longueur, de masse, et de tension constante  fixée aux points  et ayant La forme initialeet La vitesse initiale.



La densité linéaire de la corde seraet onde se déplacera avec la vitesse.

En coordonnées cartésiennes et en une dimension, Laplacien s'écrit sous la forme suivante :

.Donc,

# Équation



## Les conditions frontières :

* Le déplacement est nul à  : 
* Le déplacement est nul à  : 

## Les conditions initiales :

* La forme initiale de la corde : 
* La vitesse initiale de la corde : 

# Séparation du temps





Par la méthode de séparation des variables on pose :







On divise par  :



Puisque le terme à gauche ne dépend que de  et le terme à droite ne dépend que de  il est clair que chaque terme est constante.

On suppose comme constante de séparation :



## Le terme à gauche



Ou bien,





Avec les conditions frontières :

* Le déplacement est nul à  : 
* Le déplacement est nul à  : 

C’est l’équation de *Helmholtz* en une dimension dont les solutions sont :

Les valeurs propres : 

Les fonctions propres : 

## Le terme à droite



Ou bien,



Dont la solution pour chaque  est :





# Les composants de la fonction d'onde



# Solution générale

Comme tous les modes peuvent être présents simultanément, la solution générale s'écrira comme une superposition linéaire de tous les modes.





# On trouve

La forme initiale des ondes est  donc :



Par la méthode d’analyse de *Fourier* :

On multiplie par  :



On intègre le long de la corde :



Pour  :

 Alors,



# On trouve

La vitesse initiale des ondes :  donc :





Par la méthode d’analyse de *Fourier* :

On multiplie par  :



On intègre le long de la corde :



Pour  :



Alors,



# En résumé



Avec,





# Cas particulier

Dans le cas dont la vitesse initiale est nulle :

 et donc,



Avec,

